

## Bab II

### Dasar Teori

Kondisi stabil pada kendaraan merupakan keadaan dimana kendaraan dalam keadaan diam maupun bergerak, tidak mengalami geser dan guling lateral maupun guling longitudinal. Kondisi stabil menyatakan tingkat keamanan yang dimiliki kendaraan saat diam maupun bergerak pada kecepatan tertentu. Misalnya, apabila kendaraan dengan kecepatan tertentu melakukan manuver yang terlalu tajam ditikungan, maka kendaraan tersebut bisa terguling lateral. Kendaraan akan berada pada posisi yang stabil hingga sebelum salah satu sisi roda (depan/belakang, kanan/kiri) kendaraan tidak terangkat.

Parameter utama yang mempengaruhi kestabilan kendaraan adalah lokasi titik berat,  $CG$  dan jarak antar roda,  $t$ . Lokasi titik berat yang terlalu tinggi dibandingkan jarak antar roda akan menyebabkan suatu kendaraan mudah terguling.

#### 2.1 Dinamika Kendaraan

Akselerasi, pengereman, menikung dan *ride* merupakan propertis kendaraan yang paling mendasar, yang seharusnya dimengerti dengan baik oleh sarjana otomotif. Dalam bidang Dinamika Kendaraan, diperkenalkan mekanika dasar performa pada arah longitudinal (akselerasi dan *mode* pengereman), *ride* (gerak vertikal dan *pitch*), dan *handling* (*mode lateral*, *yaw* dan *roll*). *Handling* merupakan timbal balik dari kualitas kendaraan kepada pengemudi yang mempengaruhi kemudahan mengemudi. *Handling* bukan hanya dipengaruhi oleh kapabilitas kendaraan secara eksplisit akan tetapi kombinasi dengan pengemudi.

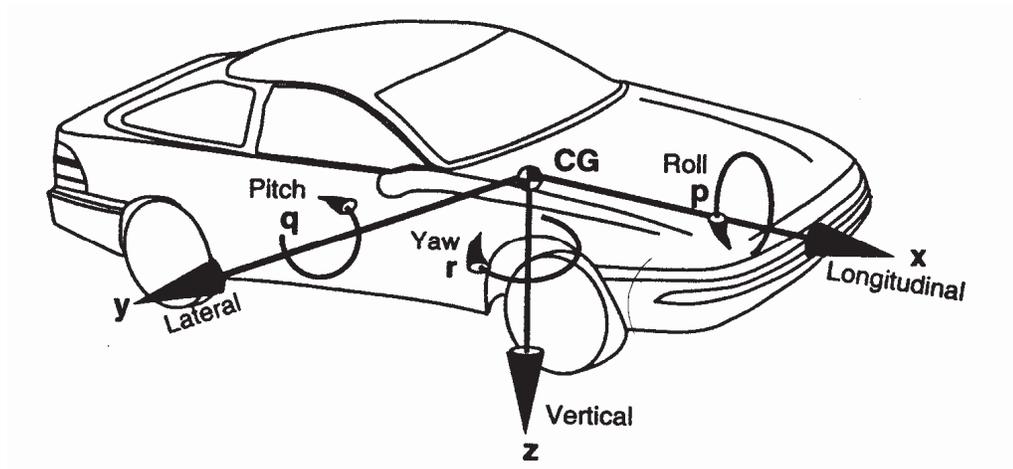
##### 2.1.1 Pendekatan Dasar Untuk *Modeling*

Subyek dinamika kendaraan berhubungan dengan pergerakan kendaraan – otomobil, truk, bus, dll – dipermukaan jalan. Yang menarik dari pergerakan ini adalah akselerasi, pengereman, *ride*, dan menikung. Oleh karena itu, pada dasarnya perlu dilakukan pendekatan yang lebih teliti untuk memodelkan sistem dan menentukan konvensi yang akan dipakai menggambarkan gerakan.

## Kumpulan massa

Kendaraan bermotor dibangun dari berbagai komponen, dan keseluruhan komponen ini bergerak bersama-sama. Contohnya, apabila sebuah kendaraan direm, maka keseluruhan komponen akan melambat sebagai sebuah unit; sehingga keseluruhan komponen dapat dianggap sebagai suatu kumpulan massa yang berada pada pusat gravitasinya (CG), dengan propertis massa dan inersia yang tepat. Untuk analisis akselerasi, pengereman, dan menikung, konsep satu massa sudah memadai. Akan tetapi untuk analisis ride, umumnya perlu menganggap roda sebagai bagian yang terpisah dari kumpulan massa. Pada kondisi seperti ini, kumpulan massa yang menggambarkan *body* disebut "*sprung mass*", sedangkan rodanya disebut "*unsprung masses*".

Untuk representasi massa tunggal, kendaraan dianggap sebagai suatu massa yang berkonsentrasi di pusat gravitasinya (CG) seperti pada Gambar 2.1. Total massa pada CG, dengan berbagai rotasi momen inersia, secara dinamis sebanding dengan kendaraan itu sendiri pada berbagai arah gerakan, sehingga dapat diasumsikan bahwa kendaraan sebagai benda kaku.



Gambar 2.1 SAE Vehicle Axis System [1]

### ***Vehicle Fixed Coordinate System***

Gerakan kendaraan digambarkan mengacu pada koordinat sistem ortogonal tangan kanan yang berpusat pada CG. Sesuai dengan konvensi SAE, koordinatnya adalah :

- x - K arah depan (longitudinal)
- y - Dalam arah lateral ke sebelah kanan kendaraan
- z - K arah bawah kendaraan
- p** - *Roll velocity* pada sumbu-x
- q** - *Pitch velocity* pada sumbu-x
- r** - *Yaw velocity* pada sumbu-x

## **2.1.2 Gaya-Gaya Yang Bekerja Pada Kendaraan**

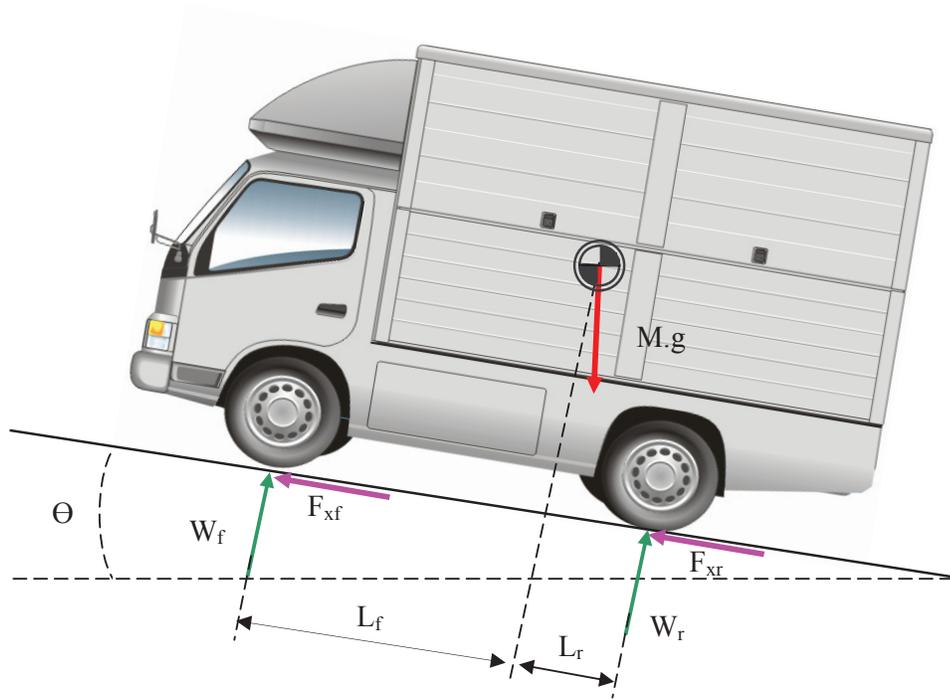
### **a. Gaya Statik**

Gaya statik adalah gaya yang bekerja ketika kendaraan dalam keadaan diam. Dalam keadaan diam, gaya statis yang bekerja adalah berat total kendaraan serta reaksi tumpuan pada setiap roda. Pada kondisi kendaraan diam di bidang miring, kestabilan kendaraan sangat tergantung pada lokasi titik berat kendaraan serta gaya gesek ban dengan permukaan bidang. Pada kemiringan tertentu, lokasi titik berat kendaraan yang tinggi akan menyebabkan kendaraan mudah untuk terguling jika CG melampaui garis kontak roda ( $\beta > \Phi$ ). Gaya-gaya statis yang bekerja pada truk dalam keadaan diam ditunjukkan pada Gambar 2.2 dan 2.3.

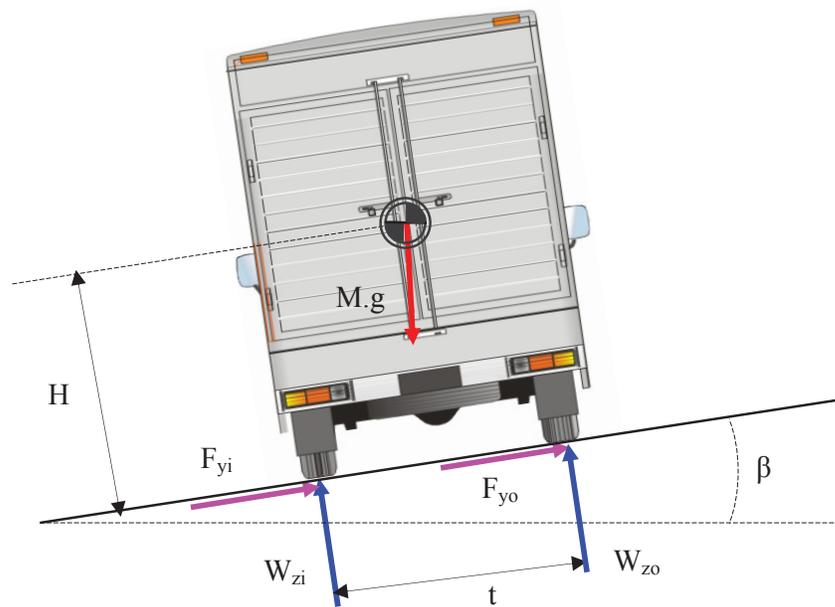
### **b. Gaya Dinamik**

Gaya dinamik adalah gaya-gaya yang bekerja pada saat kendaraan dalam keadaan bergerak, yaitu gaya-gaya yang terjadi pada kendaraan saat dikendarai di jalan. Jenis gaya dinamis tersebut antara lain adalah :

- gaya sentrifugal akibat adanya akselerasi lateral saat ditikungan.
- gaya inersia yang timbul pada saat akselerasi untuk bergerak maju dan deselerasi pada saat pengereman
- gaya aerodinamis akibat adanya tahanan udara.



Gambar 2.2 Diagram benda bebas kendaraan yang sedang diam



Gambar 2.3 Diagram benda bebas kendaraan yang sedang diam pada bidang miring

### 2.1.3 Stabilitas Kendaraan Saat Menikung

#### a. Menikung

Menikung merupakan salah satu mode penting yang erat kaitannya dengan “*handling*”. *Handling* dapat diartikan sebagai respon kendaraan terhadap masukan (*input*) yang diberikan oleh pengemudi atau dapat diartikan sebagai kemudahan untuk mengendalikan kendaraan. Dalam analisis ini digunakan sistem “*open-loop*”, yang maksudnya respon kendaraan berhubungan dengan *steering input*.

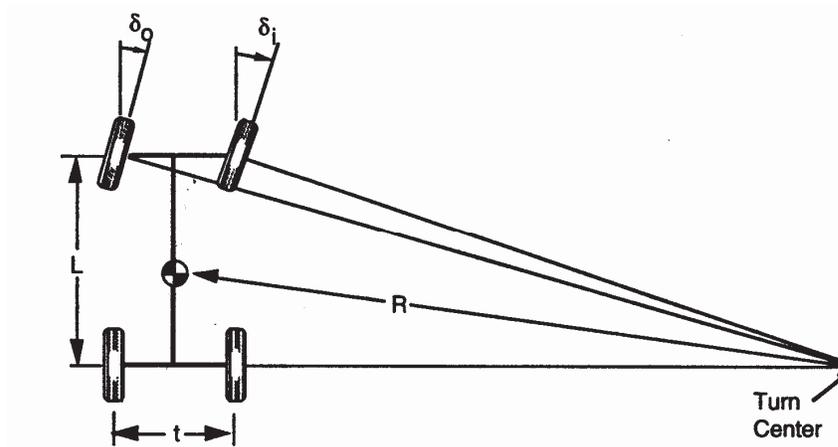
#### *Low-Speed Turning*

Tahap pertama yang perlu diketahui untuk mengerti masalah menikung adalah dengan menganalisa kendaraan pada saat menikung dengan kecepatan rendah, sehingga tidak ada sudut-slip.

Untuk geometri utama pada saat menikung (asumsi sudut kecil), maka sudut-setir adalah :

$$\delta_o \cong \frac{L}{(R + t/2)} \quad (\text{sudut belok roda bagian luar}) \quad (2.1)$$

$$\delta_i \cong \frac{L}{(R - t/2)} \quad (\text{sudut belok roda bagian dalam}) \quad (2.2)$$



Gambar 2.4 Geometry of a turning vehicle [1]

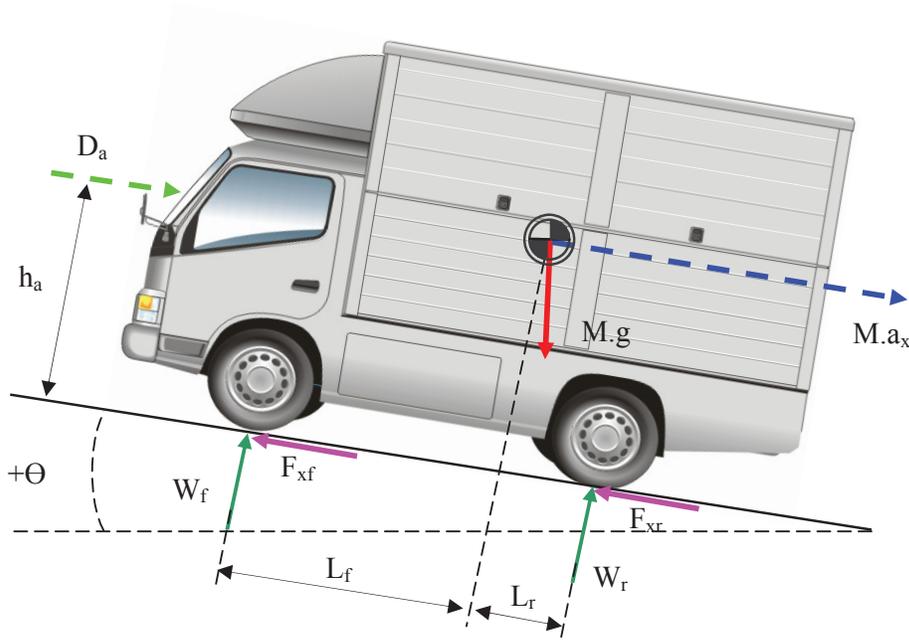
Sudut rata-rata dari roda depan (asumsi sudut kecil) disebut sebagai Sudut-Ackerman, yakni :

$$\delta = L/R \quad (2.3)$$

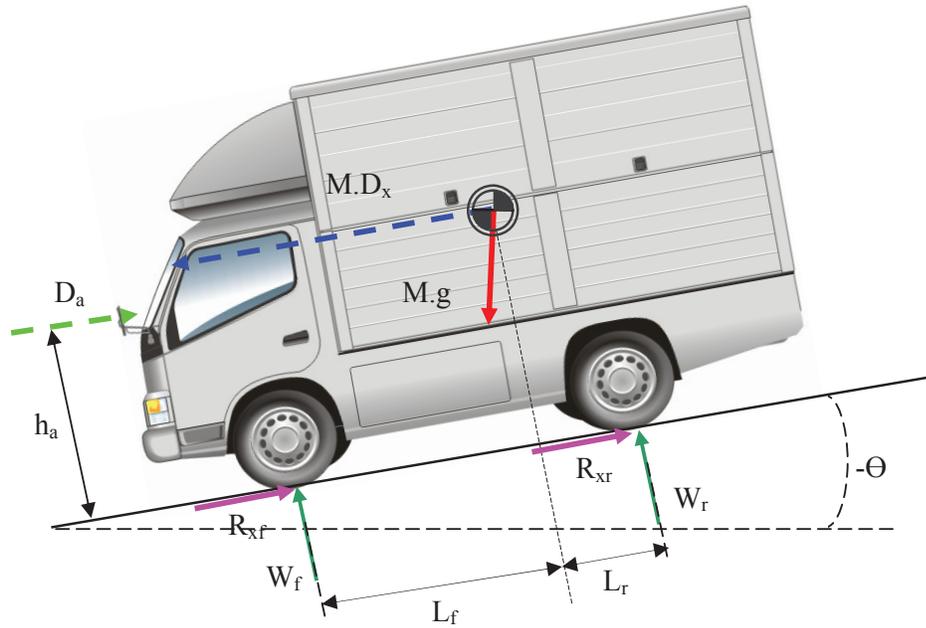
Istilah “Ackerman Steering” atau “Ackerman Geometry” sering dipakai untuk menunjukkan geometri roda depan yang sebenarnya seperti pada Gambar 2.4 diatas.

**b. Tergeser Lateral**

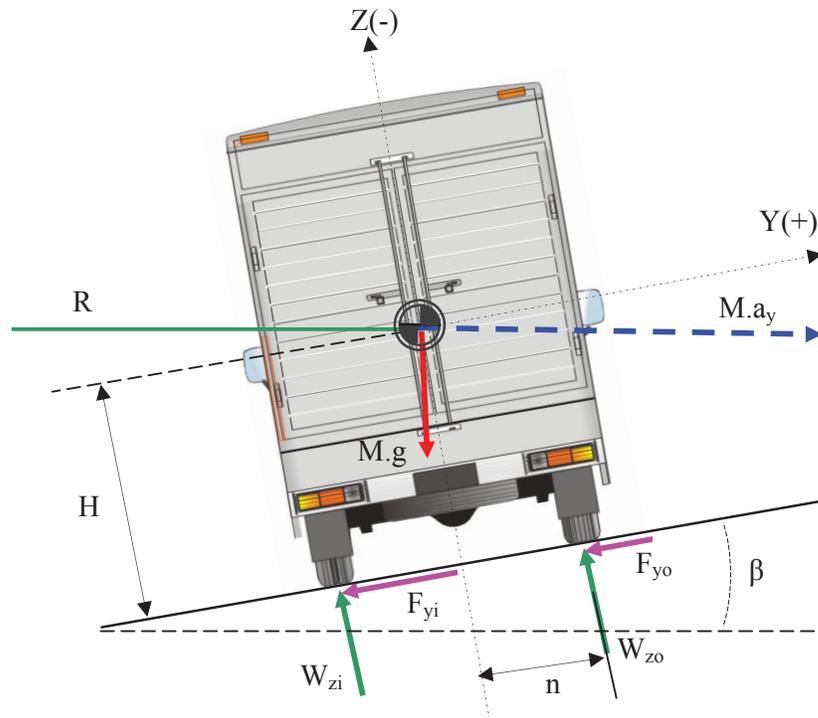
Tergeser lateral adalah kondisi dimana kendaraan bergerak kekiri ataupun kekanan akibat pengaruh berat kendaraan ataupun gaya sentrifugal yang lebih besar dari gaya gesek antara ban dengan roda. Tergeser lateral ke arah Y(-) terjadi jika berat kendaraan lebih dominan dari gaya yang lain. Dan sebaliknya, tergeser ke arah Y(+) akan terjadi jika gaya yang sentrifugal lebih dominan daripada gaya-gaya lainnya.



Gambar 2.5 Diagram benda bebas kendaraan yang sedang bergerak dan mengalami akselerasi kedepan;  $\Theta$  adalah sudut tanjakan



Gambar 2.6 Diagram benda bebas kendaraan yang sedang bergerak dan mengalami deselerasi;  $\theta$  adalah sudut turunan



Gambar 2.7 Diagram benda bebas kendaraan yang sedang berbelok;  $n \approx t/2$

### 1. Kecepatan minimum agar tak menggeser ke Y (-)

Dengan kondisi kendaraan seperti Gambar 2.7, apabila kendaraan dibiarkan dalam keadaan diam atau bergerak pada kecepatan tertentu, maka kendaraan akan tergeser kearah Y(-) jika pengaruh berat kendaraan lebih dominan dibandingkan dengan gaya gesek ban ditambah gaya sentrifugal yang terjadi. Karena itu, dengan koefisien gesek yang sudah tertentu, agar kendaraan tidak tergeser lateral arah Y(-), gaya sentrifugal diperbesar dengan cara meningkatkan akselerasi agar diperoleh kesetimbangan gaya-gaya arah lateral. Dengan asumsi  $F_{yi} = F_{yo} = \mu.(M.g/2)$  dengan arah berlawanan seperti pada Gambar 2.7 maka :

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ M.g \sin \beta - M.a_y \cdot \cos \beta - \mu (M.g \cos \beta + M.a_y \cdot \sin \beta) &= 0 \\ a_y &= \frac{M.g \cdot (\sin \beta - \mu \cos \beta)}{M \cdot (\cos \beta + \mu \cdot \sin \beta)} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \beta} \\ a_y &= \frac{g \cdot (\tan \beta - \mu_s)}{1 + \mu \cdot \tan \beta} \quad (2.4)\end{aligned}$$

yang mana  $a_y = \frac{V^2}{R}$ , sehingga :

$$\begin{aligned}\frac{V^2}{R} &= \frac{g \cdot R (\tan \beta - \mu_s)}{1 + \mu \cdot \tan \beta} \\ V_{\min} &= \sqrt{\frac{g \cdot R (\tan \beta - \mu_s)}{1 + \mu \cdot \tan \beta}} \quad (2.5)\end{aligned}$$

Ini adalah kecepatan minimum yang dibutuhkan agar kendaraan tidak tergeser kearah Y(-).

### 2. Kecepatan maksimum agar tak menggeser ke Y (+)

Tergeser lateral Y(+) dapat terjadi apabila gaya sentrifugal pada CG yang terjadi akibat akselerasi lateral, lebih dominan dibandingkan gaya-gaya lainnya. Oleh karena itu, pengaruh gaya sentrifugal ini harus di kurangi dengan cara mengurangi akselerasi lateral yaitu dengan cara membatasi kecepatan saat ditikungan. Dengan mengasumsikan  $F_{yi} = F_{yo} = \mu.(M.g/2)$  dengan arah seperti

pada Gambar 2.7, maka dapat diturunkan persamaan untuk menentukan limit kecepatan maksimum agar kendaraan tidak tergeser lateral arah Y(+).

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ M.g \sin \beta - M.a_y \cdot \cos \beta + \mu.(M.g \cos \beta + M.a_y \cdot \sin \beta) &= 0 \\ a_y &= \frac{M.g.(\sin \beta + \mu \cos \beta)}{M.(\cos \beta - \mu \sin \beta)} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \beta} \\ a_y &= \frac{g.(\tan \beta + \mu)}{1 - \mu \tan \beta}\end{aligned}\quad (2.6)$$

yang mana  $a_y = \frac{V^2}{R}$ , sehingga :

$$\begin{aligned}\frac{V^2}{R} &= \frac{g.(\tan \beta + \mu)}{1 - \mu \tan \beta} \\ V_{\max} &= \sqrt{\frac{g.R(\tan \beta + \mu)}{1 - \mu \tan \beta}}\end{aligned}\quad (2.7)$$

Ini adalah batas kecepatan maksimum yang diijinkan agar kendaraan tidak tergeser kearah Y(+); dengan asumsi kendaraan tidak terguling lateral.

### c. Terguling Lateral (*Rollover*)

Hal-hal paling mendasar yang berhubungan dengan *rollover* pada kendaraan bermotor dapat dilihat dengan mempertimbangkan kesetimbangan gaya pada suatu kendaraan kaku pada saat menikung. Kendaraan kaku maksudnya adalah defleksi pada suspensi dan ban diabaikan pada analisis.

Pada saat melakukan menikung, gaya lateral  $F_{yi}$  dan  $F_{yo}$  beraksi pada bidang kendaraan yang bersentuhan dengan tanah untuk menyeimbangkan gaya akibat adanya akselerasi lateral pada CG, seperti pada Gambar 2.7. Perbedaan posisi pada setiap gaya yang bekerja menghasilkan momen gaya pada kendaraan tersebut, yang berusaha memutar kendaraan tersebut kesisi luar tikungan. Untuk tujuan analisis, kendaraan di asumsikan pada kondisi menikung yang *steady*, sehingga tidak ada akselerasi-guling, sehingga reaksi gaya-gaya yang diasumsikan pada gambar mewakili keseluruhan gaya pada roda depan dan belakang. Pada

berbagai kondisi jalan, kemiringan melintang (*transverse slope*) atau yang dikenal sebagai *cross-slope* atau *superelevation* sangat perlu diperhatikan. Dalam hal ini, superelevasi tersebut dilambangkan dengan  $\beta$ , dengan arah kemiringan menurun ke sebelah kiri melambangkan sudut positif. Superelevasi yang positif seperti ini membantu menyeimbangkan gaya inersia akibat akselerasi lateral. Superelevasi ini umumnya tidak terlalu besar, sehingga perkiraan sudut yang kecil ( $\sin \beta = \beta$ ,  $\cos \beta = 0$ ), dapat dipergunakan dalam analisis. Dengan menentukan pusat momen pada permukaan kontak ban sisi sebelah luar tikungan, maka :

$$M.a_y \cdot \cos \beta \cdot (h) - M.a_y \cdot \sin \beta \cdot (n) - M.g \cdot \sin \beta \cdot (h) + W_{zi}(t) M.g \cdot \cos \beta \cdot (n) = 0 \quad (2.8)$$

Apabila persamaan diatas disederhanakan, maka :

$$\frac{a_y}{g} = \frac{n + \sin \beta \cdot (h) - \frac{W_{zi}}{M \cdot g} \cdot t}{h} \quad (2.9)$$

Pada permukaan jalan ( $\beta = 0$ ) tanpa akselerasi lateral,  $F_{zi} = F_{zo}$ . Akan tetapi apabila ada akselerasi,  $F_{zi} = F_{zo}$  ini hanya dapat dipertahankan dengan memilih besarnya superelevasi yang tepat, yakni dengan :

$$\beta = \frac{a_y}{g} \quad (2.10)$$

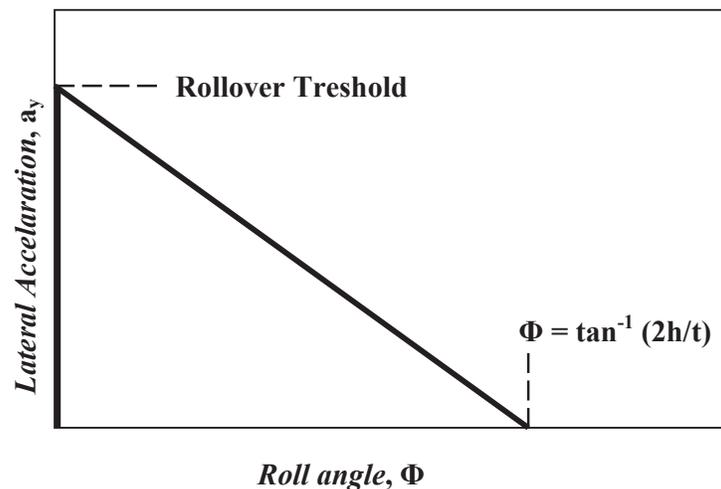
Pada perancangan jalan, superelevasi ini sangat penting untuk diperhitungkan. Dengan memberikan besarnya radius tikungan R dan kecepatan kendaraan V, maka superelevasi dapat dipilih agar akselerasi lateral yang terjadi berada pada batas  $0 \rightarrow 0.1 g$ .

Ketika akselerasi lateral meningkat maka beban pada roda sisi bagian dalam tikungan menjadi berkurang. Batas kondisi tikungan akan terjadi pada saat beban pada roda sisi bagian dalam tikungan mencapai nol (seluruh beban dipindahkan ke roda sisi sebelah luar). Pada kondisi ini, *rollover* mulai terjadi karena kendaraan tidak mampu lagi mempertahankan kesetimbangan bidang-guling. Akselerasi lateral pada saat rollover dimulai disebut sebagai '*rollover-threshold*', diberikan oleh persamaan dibawah ini :

$$\frac{a_y}{g} = \frac{n + \sin \beta \cdot (h)}{h} \quad (2.11)$$

Untuk model kendaraan-kaku disarankan bahwa akselerasi lateral yang dibutuhkan agar terguling untuk mobil passanger car dan light truck melampaui kapabilitas tikungan, yang dihasilkan oleh batas gesekan dari ban (koefisien gesek pada umumnya adalah 0.8). Sehingga dalam hal ini, memungkinkan mobil tersebut keluar dari jalan (permukaan rata) tanpa terguling. Sedangkan pada kasus *heavy-truck*, sangat jelas bahwa *rollover-treshold* dapat dicapai dalam batas gesekan roda. Sebagai konsekwensinya, maka kendaraan berat akan memiliki resiko terguling jika dibiarkan melintir pada jalan kering. Dari Pers. (5) diatas, dapat kita lihat bahwa seiring dengan meningkatnya superelevasi, maka *rollover threshold* juga semakin besar.

*Rigid-body rollover* dapat digambarkan dengan lebih lengkap dengan cara memplot akselerasi lateral sebagai fungsi sudut-guling,  $\Phi$ , seperti pada Gambar 2.8. Pada sudut guling nol derajat, akselerasi lateral dapat sebesar apa saja sampai *rollover-treshold* tercapai. Saat *rollover-treshold* ini tercapai, maka roda sisi dalam terangkat, kendaraan mulai terguling, kesetimbangan akselerasi lateral berkurang seiring dengan meningkatnya sudut guling karena CG terangkat dan berpindah kearah roda bagian luar tikungan.



Gambar 2.8 Kesetimbangan akselerasi lateral pada kendaraan-kaku saat rollover [1]

Seperti sudah diterangkan diatas, *rollover* mulai terjadi saat beban pada roda sisi terdalam tikungan mencapai nol. Walau bagaimanapun, *rollover* masih dapat dicegah dengan cara secepatnya mengembalikan setir untuk mengurangi sudut tikungan yang dengan sendirinya mengurangi akselerasi lateral. Akan tetapi, secara teori *rollover* tidak akan dapat lagi dihindarkan apabila CG sudah melampaui garis kontak roda bagian luar. Seperti pada gambar diatas, batas ini tercapai pada saat  $\Phi = \tan^{-1} (2H/t)$ .

Batas kecepatan maksimum agar kendaraan tidak terguling lateral :

$$M \cdot a_y \cdot h \cdot \cos \beta - M \cdot a_y \cdot \sin \beta \cdot n - M \cdot g \cdot h \cdot \sin \beta - M \cdot g \cdot n \cdot \cos \beta = 0 \quad (2.12)$$

Yang mana : - pada saat terjadinya *rollover*,  $W_{zi} = 0$

-  $a_y = V^2/R$  ;  $V$  = kecepatan kendaraan, km/jam

$R$  = radius tikungan, m

sehingga :

$$a_y = \frac{M \cdot g (h \cdot \sin \beta + n \cdot \cos \beta)}{M (h \cdot \cos \beta - n \cdot \sin \beta)} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \beta}$$

$$a_y = \frac{g \cdot (h \cdot \tan \beta + n)}{h - n \cdot \tan \beta} \quad (2.13)$$

$$\frac{V^2}{R} = \frac{g \cdot (h \cdot \tan \beta + n)}{h - n \cdot \tan \beta}$$

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot (h \cdot \tan \beta + n)}{h - n \cdot \tan \beta}} ; V_{\max} = \sqrt{a_y \cdot R} \quad (2.14)$$

Ini adalah batas kecepatan kendaraan maksimum agar tidak terguling lateral saat ditikungan.

#### 2.1.4 Stabilitas Kendaraan Saat Tanjakan/ Turunan

Tanjakan / turunan merupakan salah satu kondisi jalan yang mempengaruhi stabilitas kendaraan. Jalan menanjak adalah sesuatu yang kurang menguntungkan untuk berkendara. Dengan adanya tanjakan, maka beban yang

ditanggung oleh mesin menjadi bertambah, karena pengaruh tarikan gravitasi.. Selain itu, apabila akselarsi terlalu besar dan letak titik berat kendaraan yang terlalu tinggi dan terlalu dekat dengan sudut kontak roda belakang, akan membuat pergerakan kendaraan tidak stabil. Akselarasi tersebut akan menimbulkan gaya inersia kendaraan dengan arah kebalikan dari arah gerak kendaraan. Apabila akselarasi terlalu besar akan menyebabkan gaya reaksi roda depan  $F_{zf} = 0$  , sehingga roda depan terangkat dari menyentuh jalan. Apabila kondisinya seperti ini maka pengaturan kemudi menjadi tidak bisa dilakukan, yang tentu saja hal ini tidak diharapkan. Akan tetapi pada saat diinginkan perlambatan, tanjakan memberikan pengaruh positif karena membantu deselarasi akibat pengaruh gravitasi.

Sedangkan jalan menurun, akan memberikan pengaruh positif saat diinginkan meningkatkan kecepatan, karena jalan menurun menambah akselarasi akibat pengaruh gravitasi. Permasalahan akan timbul pada saat pengereman, jalan menurun dapat menyulitkan pengereman, karena jalan menurun akan meningkatkan gaya inersia saat pengereman. Sehingga, saat kapasitas pengereman (traksi pada ban depan) memenuhi, kendaraan bisa terguling longitudinal.

Oleh karena itu, akan dibahas batasan akselarasi yang bisa menyebabkan roda depan kendaraan terangkat pada saat tanjakan maupun turunan. Serta besarnya deselarasi yang mampu mengakibatkan kendaraan terguling longitudinal.

Diagram benda bebas dari kendaraan yang mungkin mengalami guling longitudinal dapat dilihat seperti pada Gambar 2.5 dan 2.6.

#### a. Akibat akselarasi

Dari Gambar 2.5, melalui kesetimbangan momen dititik kontak roda belakang  $\Sigma Mr = 0$ , dapat diturunkan persamaan untuk mencari batas akselarasi dan *range* kecepatan agar roda depan kendaraan tidak terangkat.

- Untuk  $\Theta \geq 0$  :

$$\sum Mr = 0$$

$$M.g \cos \theta . L_r - M.g \sin \theta . H - M.a_x . H = 0 \text{ ; saat mulai terangkat, } W_f = 0$$

$$a_x = \frac{M.g(\cos \theta.L_r - \sin \theta.H)}{M.H}$$

$$a_x = \frac{g(\cos \theta.L_r - \sin \theta.H)}{H} \quad (2.15)$$

$$\frac{V_f^2 - V_0^2}{2S} = \frac{g(\cos \theta.L_r - \sin \theta.H)}{H}$$

$$V_f^2 - V_0^2 = \frac{2.g.S(\cos \theta.L_r - \sin \theta.H)}{H} \quad ; (V_f - V_0), \text{ merupakan } \textit{range}$$

kecepatan

apabila  $V_0 = 0$ , maka diperoleh :

$$V^2 = \frac{2.g.S(\cos \theta.L_r - \sin \theta.H)}{H}$$

$$V_{\max} = \sqrt{2.g.S\left(\frac{L_r}{H}.\cos \theta - \sin \theta\right)} \quad (2.16)$$

- Untuk  $\Theta \leq 0$  :

Sedangkan untuk  $\Theta \leq 0$ , persamaan yang dipakai sama seperti Pers (2.15 dan 2.16) dengan memasukkan harga  $\Theta$  negatif.

#### b. Akibat deselerasi

Dari Gambar 2.6, melalui kesetimbangan momen dititik kontak roda depan  $\Sigma M_f = 0$ , dapat diturunkan persamaan untuk mencari deselerasi dan batas maksimum *range* kecepatan yang dikurangi (akibat adanya deselerasi longitudinal saat pengereman) agar kendaraan tidak terguling.

- Untuk  $\Theta \geq 0$

$$\Sigma M_f = 0$$

$$M.g \cos \theta.L_f + M.g \sin \theta.H - M.D_x.H = 0 \quad ; \text{saat akan terguling, } W_r = 0$$

$$D_x = \frac{M.g(L_f \cos \theta + H.\sin \theta)}{M.H}$$

$$D_x = \frac{g(L_f \cos \theta + H.\sin \theta)}{H} \quad (2.17)$$

$$\frac{V_0^2 - V_f^2}{2S} = \frac{g (\cos \theta \cdot L_f + \sin \theta \cdot H)}{H}$$

$$V_0^2 - V_f^2 = \frac{2 \cdot g \cdot S (\cos \theta \cdot L_f + \sin \theta \cdot H)}{H} \quad ; (V_0 - V_f), \text{ merupakan } \textit{range} \text{ kecepatan}$$

apabila  $V_0 = 0$ , maka diperoleh :

$$V^2 = \frac{2 \cdot g \cdot S (L_f \cos \theta + H \cdot \sin \theta)}{H}$$

$$V_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot S \left( \frac{L_f}{H} \cdot \cos \theta + \sin \theta \right)} \quad (2.18)$$

- Untuk  $\Theta \leq 0$  :

Sedangkan untuk  $\Theta \leq 0$ , persamaan yang dipakai sama seperti Pers (2.17 dan 2.18) dengan memasukkan harga  $\Theta$  negatif.

## 2.2 Batas Akselerasi

### 2.2.1 Akselerasi yang dibatasi oleh tenaga mesin

Sumber dari tenaga propulsif adalah mesin. Mesin dapat dikarakteristikan melalui kurva torsi dan tenaga sebagai fungsi dari kecepatan. Tenaga dan torsi dihubungkan oleh kecepatan. Yang mana :

$$\text{Tenaga (Nm/s)} = \text{Torsi (Nm)} \times \text{kecepatan (radians/s)}$$

$$\text{Tenaga} = T \text{ (Nm)} \times \omega_e = T \times \text{Rpm} \times (2\pi / 60) \quad (\text{Watt})$$

Rasio antara tenaga mesin dengan berat kendaraan merupakan hal yang utama dalam menentukan *accelaration performance*. Pada kecepatan rendah sampai menengah, akselerasi maksimum dapat dicapai dengan mengabaikan berbagai *resistance forces*.

Dari Hukum Newton Kedua diperoleh :

$$M \cdot a_x = F_x ; \quad (2.19)$$

Yang mana :  $M = \text{Massa kendaraan} = W/g$

$a_x = \text{akselerasi kearah depan}$

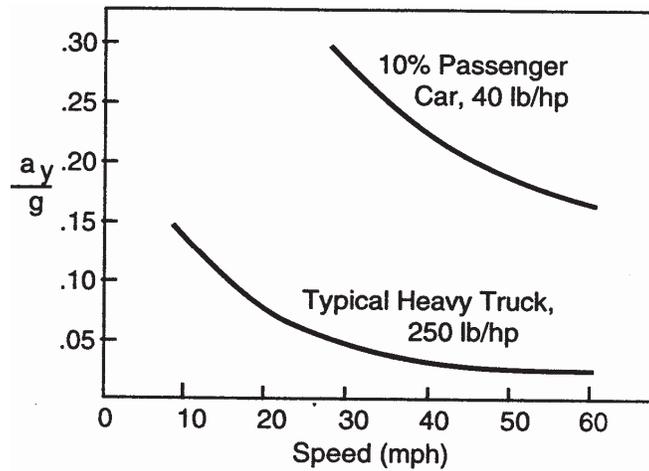
$F_x = \textit{Tractive force}$  pada roda penggerak

sehingga:

$$a_x = \frac{1}{M} F_x = 746x \frac{g \cdot HP}{V \cdot W} = \frac{746x HP}{V \cdot M} \quad (\text{m/ s}^2) \quad (2.20)$$

yang mana :  $g$  = Percepatan gravitasi (9.81 m/s<sup>2</sup>)  
 $V$  = Kecepatan kearah depan (m/s)  
 $HP$  = *Engine Horsepower* (746 Nm/s)  
 $W = M \cdot g$  = Berat kendaraan (N)

Karena faktor kecepatan menjadi penyebut, maka *accelaration capability* harus berkurang seiring dengan meningkatnya kecepatan. Gambar 2.9 dibawah ini menunjukkan hubungan antara akselarasi performance dengan kecepatan pada persamaan diatas.



Gambar 2.9 Effect of velocity on accelaration capabilities of cars and trucks [1]

### 2.2.2 Akselarasi yang dibatasi oleh traksi :

Jika diasumsikan, ada tenaga yang memadai dari mesin, maka akselarasi bisa dibatasi oleh koofisien gesek antara ban dengan jalan. Dalam hal itu,  $F_x$  di batasi oleh :

$$F_x = \mu \cdot W \quad (2.21)$$

yang mana :  $\mu$  = *peak coefficien of friction*  
 $W$  = berat yang ditumpu roda penggerak.

**Batas Traksi :**

*Tractive force* maksimum yang dapat dihasilkan oleh as-belakang adalah :

$$F_{x \max} = \frac{\mu \frac{W L_f}{L}}{1 - \frac{H}{L} \mu} \quad (\text{N}) \quad (2.22)$$

yang mana :  $L_f$  = jarak dari CG ke as-depan

$L$  = *wheel base*

$H$  = tinggi CG dari permukaan jalan

$\frac{W L_f}{L}$  = beban yang ditumpu oleh roda belakang

Sehingga akselerasi maksimum yang dibatasi oleh traksi adalah :

$$a_x = \frac{F_{x \max}}{M} \quad (\text{m/s}^2) \quad (2.23)$$

**2.3 Braking Performance****2.3.1 Persamaan dasar**

Persamaan umum untuk *braking performance* diturunkan melalui kesetimbangan gaya pada arah sumbu-x. Gaya yang bekerja pada saat pengereman umumnya seperti yang ditampilkan pada Gambar 2.6, sehingga diperoleh:

$$M \cdot D_x = R_{xf} + R_{xr} + D_a - M \cdot g \cdot \sin \theta \quad (2.24)$$

yang mana :  $M$  = massa kendaraan (kg)

$g$  = percepatan gravitasi ( $\text{m/s}^2$ )

$D_x$  = deselerasi linear

$R_{xf}$  = gaya pengereman as depan

$R_{xr}$  = gaya pengereman as belakang

$D_a$  = gaya tahanan udara

$\theta$  = sudut turunan

Gaya pengereman diroda belakang dan depan timbul dari torsi rem dengan pengaruh tahanan *rolling*, gesekan bantalan dan tahanan *driveline*.

### 2.3.2 Deselarasi konstan

Asumsi deselarasi konstan dibutuhkan untuk mendapatkan hubungan yang sederhana dan mendasar.

$$D_x = \frac{F_{xt}}{M} = - \frac{dV}{dt} \quad (2.25)$$

yang mana :  $F_{xt}$  = Total gaya longitudinal yang diakibatkan oleh deselarasi.

$V$  = Kecepatan kearah depan

Persamaan ini diintegalkan (karena  $F_{xt}$  konstan) untuk mencari harga deselarasi dari perubahan kecepatan awal,  $V_0$  ke kecepatan akhir,  $V_f$ .

$$\int_{V_0}^{V_f} dV = - \frac{F_{xt}}{M} \int_0^{t_s} dt \quad (2.26)$$

$$V_0 - V_f = \frac{F_{xt}}{M} t_s \quad (2.27)$$

yang mana :  $t_s$  = waktu yang dibutuhkan selama perubahan kecepatan

Karena kecepatan dan jarak pengereman dihubungkan oleh  $V = dx/dt$ , hubungan antara kecepatan dan jarak pengereman.

$$\frac{V_0^2 - V_f^2}{2} = \frac{F_{xt}}{M} X \quad (2.28)$$

yang mana :  $X$  = jarak yang ditempuh selama pengereman

Jika pengereman dilakukan sampai kendaraan benar-benar berhenti,  $V_f = 0$ , maka:

$$X = \frac{V_0^2}{2 \frac{F_{xt}}{M}} = \frac{V_0^2}{2 D_x} \quad (2.29)$$

dan waktu yang dibutuhkan sampai kendaraan berhenti adalah :

$$t_s = \frac{V_0}{\frac{F_{xt}}{M}} = \frac{V_0}{D_x} \quad (2.30)$$

Jadi, semua hal menjadi seimbang, waktu pengereman sebanding dengan kecepatan, yang mana jarak pengereman sebanding dengan kuadrat kecepatan. Dengan menggandakan kecepatan maka waktu pengereman juga akan berlipat dua, akan tetapi jarak pengereman akan menjadi empat kali lipat.

### 2.3.3 Gaya pengereman

Gaya pengereman yang mengakibatkan deselarasi dapat berasal dari beberapa sumber yang berbeda. Meskipun demikian, rem merupakan komponen utama.

#### a. *Rolling-resistance*

*Rolling-resistance* selalu berlawanan dengan arah gerak kendaraan, karena itu dia membantu pengereman. Gaya *rolling-resistance* adalah :

$$R_{xf} + R_{xr} = f_r (W_f + W_r) = f_r W \quad (2.31)$$

yang mana :  $f_r$  = koefisien *rolling-resistance* ; biasanya sebanding dengan deselarasi  $\pm 0,01$  g.

#### b. Gaya tahanan aerodinamis

Gaya tahanan udara bergantung pada tekanan dinamis akibat udara, sebanding dengan kuadrat kecepatan. Pada kecepatan rendah, gaya tahanan ini diabaikan. Pada kecepatan normal di jalan tol, gaya tahanan yang timbul sekitar 0,03 g.

#### c. *Driveline drag*

Mesin, transmisi dan *final drive* memberikan pengaruh gaya tahanan dan inersia pada saat pengereman. Tahanan timbul akibat gesekan pada bantalan, roda gigi pada transmisi dan *differential* (gardan) dan pengereman mesin. Pengereman mesin sebanding dengan torsi yang timbul dari gesekan dalam mesin serta rugi-rugi pompa udara. Tahanan *driveline* ini akan membantu pengereman, tergantung pada tingkat deselarasi. Selama deselarasi tingkat rendah, tahanan deselarasi cukup mengurangi rotasi komponen *driveline* dan mempengaruhi pengereman.

#### d. *Grade*

Kemiringan medan jalan akan sangat berpengaruh secara langsung pada daya pengereman, yaitu pada kondisi tanjakan atau turunan. Kemiringan medan jalan didefinisikan sebagai perbandingan antara kenaikan/penurunan dengan jarak

tempuh (jarak vertikal banding horizontal). Gaya yang timbul akibat pengaruh kemiringan jalan ini adalah :

$$R_g = W \sin \theta \quad (2.32)$$

Kemiringan jalan 4 % sebanding dengan deselerasi  $\pm 0.04 g$ .

#### e. Rem

Rem adalah sumber utama gaya yang dibutuhkan untuk pengereman. Rem yang umum digunakan hari ini ada dua macam yaitu rem drum dan disk seperti pada Gambar 2.10. Gaya pengereman pada tanah yang dihasilkan melalui torsi oleh rem, yang memperlambat putaran roda dan komponen driveline adalah :

$$F_b = \frac{(T_b - I_w \alpha_w)}{r} \quad (2.33)$$

yang mana :  $r$  = rolling radius

$I_w$  = inersia rotasional roda (dan komponen drive)

$\alpha_w$  = deselerasi rotasional roda



Gambar 2.10 Rem drum dan disk [1]

Kecuali pada saat roda mengalami proses *lockup*,  $\alpha_w$  berhubungan dengan deselerasi kendaraan berbanding radius roda ( $\alpha_w = a_x/r$ ), dan  $I_w$  dapat

disederhanakan termasuk dalam massa kendaraan untuk memudahkan perhitungan. Pada kasus ini, torsi dan gaya pengereman memiliki hubungan :

$$F_b = \frac{T_b}{r} \quad (2.34)$$

#### f. Kapasitas pengereman akibat gesekan ban dengan jalan

Selama pengereman, beban dinamik berpindah dari roda belakang ke roda depan. Hal ini terjadi sedemikian rupa sehingga beban pada as merupakan kontribusi dari beban statik dan dinamik.

Dari Gambar 2.6, dengan kesetimbangan momen, maka besarnya beban yang  $W_f$  dan  $W_r$  dapat dihitung.

$$\text{Roda depan ; } \sum M_r = 0$$

$$W_f(L) - Mg \cdot \cos \theta(L_r) - Mg \cdot \sin \theta(h) - M \cdot D_x(h) = 0$$

$$W_f = Mg \cdot \left( \frac{L_r}{L} \right) \cos \theta + Mg \cdot \left( \frac{h}{L} \right) \sin \theta + M \cdot D_x \left( \frac{h}{L} \right) \quad (2.35)$$

$$\text{Roda belakang ; } \sum M_f = 0$$

$$-W_r(L) + Mg \cdot \cos \theta(L_f) - Mg \cdot \sin \theta(h) - M \cdot D_x(h) = 0$$

$$W_r = Mg \cdot \left( \frac{L_f}{L} \right) \cos \theta - Mg \cdot \left( \frac{h}{L} \right) \sin \theta - M \cdot D_x \left( \frac{h}{L} \right) \quad (2.36)$$

Maka, gaya pengereman maksimum adalah :

$$F_{xf} = \mu W_f \quad (\text{roda depan}) \quad (2.37)$$

$$F_{xr} = \mu W_r \quad (\text{roda belakang}) \quad (2.38)$$

Total gaya pengereman :

$$\begin{aligned} F_{xT} &= F_{xf} + F_{xr} = \mu(W_f + W_r) \\ &= \mu(Mg \cdot \cos \theta) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Jika ditinjau Gambar 2.6, maka persamaan yang sama akan kita peroleh untuk harga gaya pengereman total,  $F_{xT} = \mu(Mg.\cos\theta)$ .

Pengereman dinyatakan berhasil apabila pada jarak dan waktu tertentu pengereman, gaya-gaya longitudinal dalam keadaan setimbang. Apabila dalam jarak dan waktu pengereman tertentu, deselarasi yang diharapkan tidak bisa dipenuhi oleh kapasitas gesekan antara ban dengan jalan (gaya inersia akibat deselarasi lebih besar dari total gaya pengereman), maka akan terjadi slip.

Agar diperoleh kesetimbangan arah longitudinal, maka untuk pengereman dengan kondisi jalan menanjak, deselarasi maksimum adalah :

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ F_{xT} - M.D_x + Mg.\sin\theta &= 0 \\ D_x &= \frac{F_{xT}}{M} + g.\sin\theta \quad ; \quad F_{xT} = \mu(Mg.\cos\theta) \\ D_x &= g(\mu\cos\theta + \sin\theta)\end{aligned}\tag{2.40}$$

untuk kondisi jalan menurun :

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ F_{xT} - M.D_x - Mg.\sin\theta &= 0 \\ D_x &= \frac{F_{xT}}{M} - g.\sin\theta \quad ; \quad F_{xT} = \mu(Mg.\cos\theta) \\ D_x &= g(\mu\cos\theta - \sin\theta)\end{aligned}\tag{2.41}$$

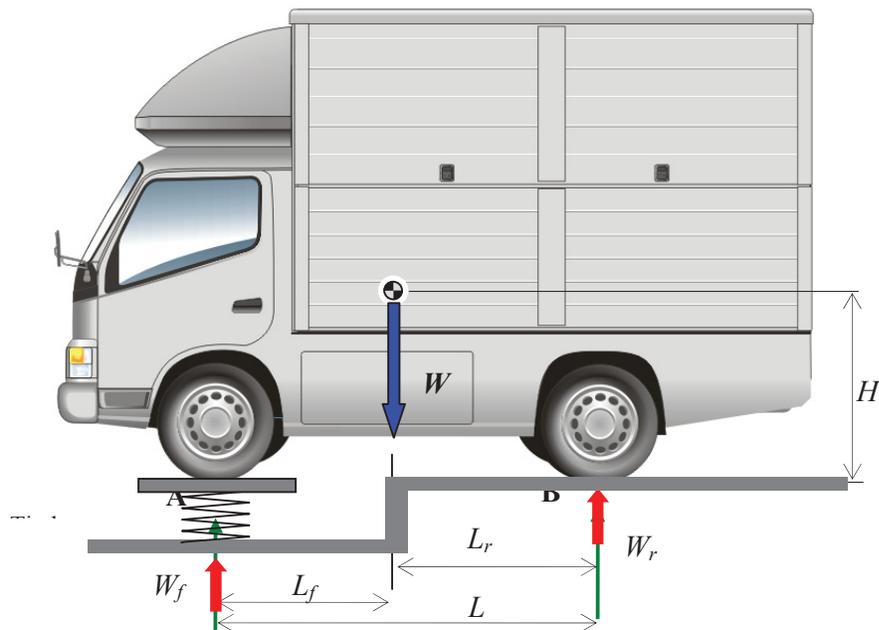
## 2.4 Menentukan Lokasi Titik Berat

Untuk analisis kestabilan kendaraan, titik berat merupakan salah satu parameter perhitungan yang utama. Untuk kendaraan yang sedikitnya terdiri dari ratusan part maupun komponen yang berbeda ukuran, geometri maupun material, sudah pasti tidak akan mudah untuk menentukan titik beratnya. Akan tetapi seiring dengan berkembangnya teknologi, titik berat ini dapat diketahui dengan berbagai metode. Metode yang dipakai dapat berupa metode eksperimental dilapangan maupun metode analitik. Untuk metode ekperimental, salah satu cara yang cukup mudah dilakukan dengan hasil yang akurat adalah dengan metode

penimbangan. Sedangkan dengan metode analitik, dapat dilakukan dengan menentukan titik berat masing-masing komponen terlebih dahulu, dan kemudian menghitung titik berat secara keseluruhan jika berat masing-masing komponen dan lokasi titik beratnya sudah diketahui.

#### 2.4.1 Metode Penimbangan

Metoda penimbangan ini relatif mudah, hanya membutuhkan alat ukur panjang serta timbangan. Untuk menentukan lokasi titik berat dengan metode penimbangan, secara bergantian roda depan dan roda belakang ditimbang seperti pada Gambar 2.11. Dari penimbangan ini diperoleh berat kendaraan pada roda depan,  $W_f$  dan berat kendaraan pada roda belakang,  $W_r$ , juga jarak titik berat kendaraan ke sumbu roda depan,  $L_f$  dan jarak titik berat kendaraan ke sumbu roda belakang,  $L_r$ . Selanjutnya roda kiri dan kanan ditimbang bergantian untuk mengetahui distribusi beban dimasing-masing sisi, serta lokasi titik berat dari tiap sisi kendaraan. Selanjutnya untuk mengetahui tinggi titik berat, dilakukan dengan menimbang roda depan dan belakang bergantian dengan memberikan ketinggian disalah satu roda.



Gambar 2.11 Posisi kendaraan saat menimbang roda depan dan belakang, dan reaksi tumpuannya pada roda depan dan roda belakang

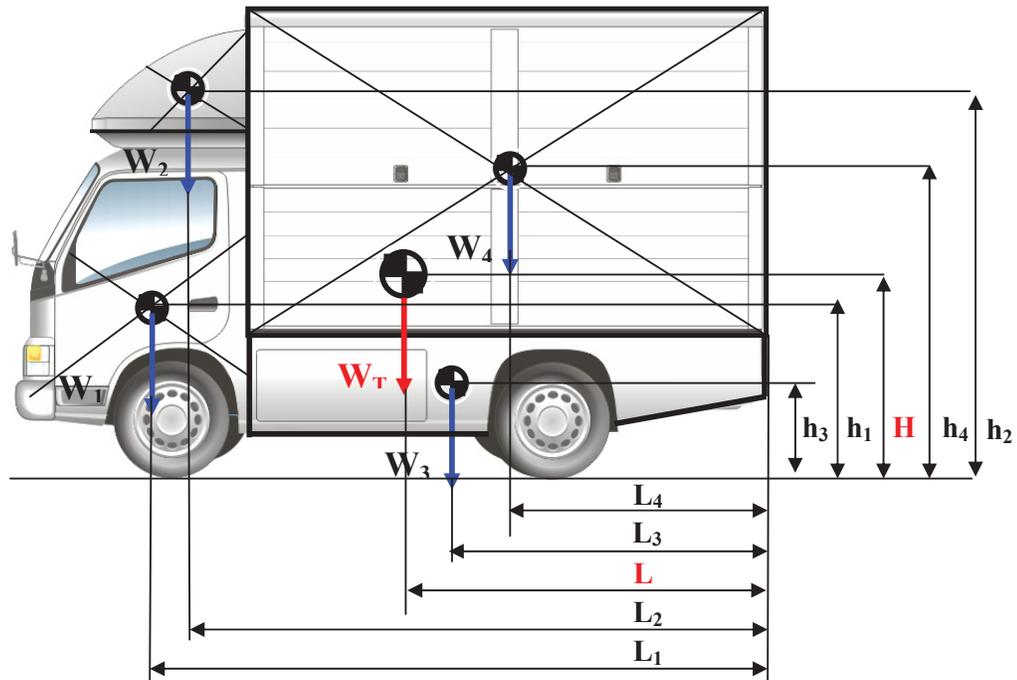
### 2.4.2 Metode Analitik

Berbeda dengan metoda penimbangan yang relatif mudah dilakukan, maka untuk metoda analitik ini dibutuhkan kecermatan dan data yang akurat dari masing-masing komponen agar perhitungan lokasi titik berat dapat dilakukan. Hal ini akan relatif lebih mudah apabila berat dan lokasi masing-masing titik berat tiap komponen sudah diketahui. Apabila belum diketahui, maka propertis masing-masing komponen dapat dipergunakan untuk perhitungan; seperti massa jenis dan dimensi. Dari sini, akan dapat dihitung lokasi titik berat untuk masing-masing komponen. Kesulitan yang dihadapi adalah, jumlah komponen yang begitu banyak, sehingga dibutuhkan waktu yang relatif tidak singkat. Untuk berbagai komponen yang memiliki banyak *part*, dapat dibuat asumsi dengan cara meratakan dimensi dan massa jenis. Akan tetapi, hal ini tentu saja akan mengurangi akurasi perhitungan.

Saat ini, perhitungan lokasi titik berat secara analitik dapat dilakukan dengan memanfaatkan komputer. Biasanya software yang mampu melakukan modeling 3D dilengkapi dengan *tool* yang mampu menghitung massa serta pusat massanya (CG). Hal ini dilakukan dengan cara memodelkan *part*/komponen melalui masukan data geometri dan dimensi. Kemudian dengan masukan massa jenis *part*/komponen tersebut, massa serta lokasi pusat massanya dapat diketahui. Selanjutnya apabila *part*/komponen tersebut digabungkan, maka massa total serta pusat massa dari assembly tersebut akhirnya diketahui.

Keuntungan dari metoda analitik ini adalah bahwa perhitungan dapat dilakukan saat masih dalam tahap perancangan (belum ada benda nyatanya). Jadi, desain yang belum memiliki wujud nyata dapat dihitung massa totalnya serta lokasi titik beratnya. Hal ini tidak dapat dilakukan dengan metoda penimbangan, karena metoda penimbangan dilakukan dengan menimbang kendaraan/alat secara langsung. Karena itu dengan metoda analitik ini, titik berat dapat ditentukan lebih mudah jika dibutuhkan menempatkan *part*/komponen pada posisi yang berbeda-beda. Sehingga bila dibutuhkan lokasi titik berat yang optimum untuk kebutuhan tertentu, dapat ditentukan lebih mudah dengan mengatur posisi dan arah penempatan komponen. Hal ini akan relatif susah jika hal ini dilakukan dengan

metoda penimbangan, karena akan membutuhkan biaya, waktu dan tenaga yang lebih untuk melakukan bongkar pasang *part*/komponen.



Gambar 2.12 Menentukan titik berat kendaraan dengan metoda analitik

Titik berat akan lebih mudah dihitung apabila berat serta lokasi titik berat dari masing-masing *part*/komponen sudah diketahui. Seperti pada Gambar 2.12, titik berat dari keseluruhan komponen dihitung sebagai berikut :

$$L = \frac{W_1 \cdot L_1 + W_2 \cdot L_2 + W_3 \cdot L_3 + W_4 \cdot L_4}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} \quad (2.42)$$

$$H = \frac{W_1 \cdot H_1 + W_2 \cdot H_2 + W_3 \cdot H_3 + W_4 \cdot H_4}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} \quad (2.43)$$

Dari Gambar 2.12 diatas, misalkan komponen (2) atau (4) ditiadakan, maka dengan mudah titik berat dapat dihitung. Atau misalnya apabila komponen (4) digeser agak kebelakang, titik berat dapat ditentukan dengan mudah hanya dengan memberikan jarak perpindahan yang baru pada perhitungan. Hal tersebut akan lebih sulit dilakukan jika menggunakan metode penimbangan.

## 2.5 Kriteria Kegagalan

Komponen-komponen teknik bisa dibebani secara kompleks dalam tarikan, tekan, lentur, puntir, tekanan, maupun kombinasi dari beban-beban ini. Sehingga dititik tertentu pada material, tegangan dapat timbul dengan arah yang lebih dari satu. Pada kondisi tertentu, tegangan kombinasi dapat timbul secara bersamaan yang dapat menyebabkan material *yield* (meluluh) ataupun *fracture* (retak). Oleh karena itu, perkiraan batas keamanan dalam menggunakan material yang menerima tegangan kombinasi membutuhkan penerapan kriteria kegagalan.

Berbagai kriteria kegagalan yang beraneka ragam tersedia, sebagian memperkirakan kegagalan berdasarkan *yielding* dan yang lainnya berdasarkan *fracture*. Yang mana biasanya disebut sebagai *yield criteria* maupun *fracture criteria*.

### 2.5.1 Bentuk umum kriteria kegagalan

Saat menerapkan kriteria *yielding*, tahanan material diberikan oleh *yield strength*-nya. *Yield strength* umumnya dinyatakan berdasarkan *yield strength* dari uji tarik  $\sigma_y$ . Sedangkan saat menerapkan kriteria *fracture*, *ultimate tensile strength*  $\sigma_u$  yang dipergunakan. Harus diperhatikan, bahwa pada saat uji tarik pada material yang getas, *yielding* agak sulit ditentukan, dan *ultimate strength* serta *fracture* terjadi pada titik yang sama. Oleh karena itu, menggunakan  $\sigma_u$  pada material yang getas sama saja dengan menggunakan *fracture strength*  $\theta_f$ .

Kriteria kegagalan pada material isotropik dalam bentuk persamaan matematis dapat diekpresikan sebagai :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_c \quad (\text{saat gagal}) \quad (2.44)$$

yang mana gagal (*yielding* atau *fracture*) diprediksi akan terjadi saat fungsi matematis khusus  $f$  dari *principal normal stress* sebanding dengan *failure strength* material,  $\sigma_c$  dari uji tarik uniaksial. Yang mana *failure strength* dapat berupa *yield strength* maupun *ultimate strength*, tergantung pada kondisi mana yang lebih disukai antara *yielding* atau *fracture*.

Saat Pers (2.44) diplot pada ruang tegangan normal utama, pada koordinat 3D dari  $\sigma_1, \sigma_2$  dan  $\sigma_3$ , fungsi  $f$  membentuk bidang yang disebut bidang gagal (*failure planes*). Jika misalnya pada satu titik komponen diberikan beban dengan harga masing-masing  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , dan properti material diketahui  $\sigma_c$  serta diketahui letak fungsi  $f$  yang telah diberikan, sangatlah berguna dengan mendefinisikan suatu tegangan efektif  $\bar{\sigma}$ , yang merupakan harga numerik tunggal yang mewakili tegangan yang timbul.

$$\bar{\sigma} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_c \quad (2.45)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_c \quad (\text{saat gagal}) \quad (2.46)$$

Gagal tidak terjadi saat  $\bar{\sigma} < \sigma_c$

Sehingga faktor keamanan, SF akan diperoleh sebesar :

$$SF = \frac{\sigma_c}{\bar{\sigma}} \quad (2.47)$$

Dengan kata lain, beban yang diterapkan dapat ditambah sebesar SF sebelum kegagalan terjadi. Contohnya, jika  $SF = 2$ , maka beban yang diberikan bisa sampai dua kali lipat sebelum kegagalan diperkirakan terjadi.

### 2.5.2 Kriteria tegangan normal maksimum (Kriteria *Fracture*)

Kriteria kegagalan yang paling sederhana adalah kegagalan yang diperkirakan akan terjadi saat tegangan normal utama yang terbesar mencapai kekuatan uniaksial dari material Umumnya kriteria ini disebut juga sebagai *fracture criterion*.

$$\sigma_u = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \quad (\text{saat fracture}) \quad (2.48)$$

dengan asumsi ultimate (fracture) strength  $\sigma_u$  material sama untuk tarik dan tekan.

Jika menggunakan tegangan yang diberikan, maka tegangan efektifnya menjadi :

$$\bar{\sigma}_N = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \quad (2.49)$$

yang mana  $\bar{\sigma}_N$  menunjukkan kriteria tegangan normal maksimum. Karena itu, fracture terjadi saat  $\bar{\sigma}_N$  sebanding dengan  $\sigma_u$ . Sehingga faktor keamanannya diperoleh sebesar :

$$SF = \frac{\sigma_u}{\bar{\sigma}_N} \quad (2.50)$$

### 2.5.3 Kriteria tegangan geser maksimum (Kriteria *Yield*)

*Yielding* pada material daktil biasanya diperkirakan terjadi ketika tegangan geser maksimum pada salah satu bidang mencapai harga kritis  $\tau_o$ , yang merupakan properti material.

$$\tau_o = \tau_{maks} \quad (\text{saat } yielding) \quad (2.51)$$

Ini merupakan dasar dari kriteria tegangan geser maksimum (*yield*), yang sering disebut sebagai kriteria Tresca. Untuk metal, adalah suatu pendekatan yang logis dengan mendasarkan mekanisme *yielding* pada suatu skala ukuran mikroskopis bidang geser kristal, yang mana deformasi geser diharapkan dikontrol oleh tegangan geser.

Harga tegangan geser maksimum adalah yang terbesar dari ketiga tegangan geser utama. Harga dari ketiga tegangan geser utama adalah :

$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \quad \tau_2 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \quad \tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \quad (2.52)$$

Sebab itu, kriteria *yield* ini dapat dinyatakan menjadi ;

$$\tau_o = MAX\left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2}\right) \quad (\text{saat } yielding) \quad (2.53)$$

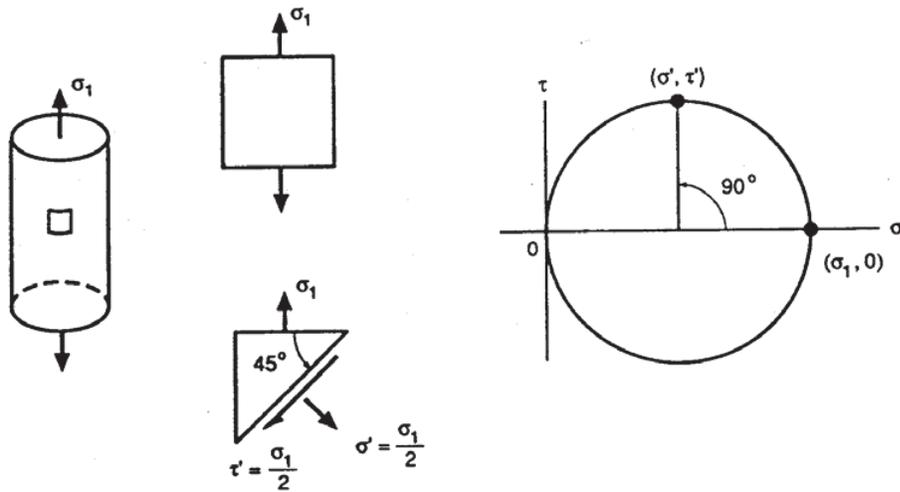
Tegangan geser *yield*,  $\tau_o$  untuk suatu material dapat tentukan secara langsung melalui uji geser sederhana, seperti memberi torsi pada *tube* dinding tipis. Padahal, hanya kekuatan *yield* uniaksial  $\sigma_o$  yang umumnya tersedia dari uji tarik, sehingga lebih mudah menghitung  $\tau_o$  dari  $\sigma_o$ . Pada uji tarik uniaksial, tegangan yang dinyatakan sebagai kekuatan *yield*, diperoleh sebesar:

$$\sigma_1 = \sigma_o \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (2.54)$$

Substitusi dari harga ini pada Pers (2.53) memberikan :

$$\tau_o = \frac{\sigma_o}{2} \quad (2.55)$$

Pada uji uniaxial, tegangan geser maskimum terjadi pada bidang orientasi 45° dari sumbu tegangan yang terjadi. Kenyataan ini dan Pers (2.55) dengan mudah dijelaskan menggunakan lingkaran Mohr seperti pada Gambar (2.13).



Gambar 2.13 Bidang geser maksimum pada uji tarik uniaksial [3]

Pers (2.53) dapat ditulis menjadi :

$$\frac{\sigma_o}{2} = \text{MAX} \left( \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right) \quad (\text{saat yielding}) \quad (2.56)$$

$$\text{atau} \quad \sigma_o = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (\text{saat yielding}) \quad (2.57)$$

Tegangan efektif yang sebanding dengan  $\sigma_o$  pada titik yielding adalah ;

$$\bar{\sigma}_s = \text{MAX} (|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (\text{saat yielding}) \quad (2.58)$$

Yang mana simbol S menandakan kriteria tegangan geser maksimum. Faktor keamanan terhadap yielding adalah :

$$SF = \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_s} \quad (2.59)$$

### 2.5.4 Kriteria tegangan geser oktahedral (Kriteria Yield)

Salah satu kriteria yang sering dipergunakan untuk metal daktile adalah *yielding* terjadi saat tegangan geser pada bidang oktahedral mencapai batas kritis.

$$\tau_h = \tau_{ho} \quad (\text{saat } yielding)$$

Dimana  $\tau_{ho}$  merupakan harga tegangan geser oktahedral  $\tau_h$  yang menyebabkan *yielding*. Hasil dari kriteria tegangan geser oktahedral disebut juga kriteria von Mises atau kriteria Distorsi Energi, yang memberikan alternatif lain bagi kriteria geser maksimum.

Untuk mendukung pendekatan, pernyataan ini dapat digunakan; Karena tegangan hidrostatis  $\tau_h$  dinyatakan tidak mempengaruhi dalam proses *yielding*, maka dicari bidang dimana tegangan tersebut timbul sebagai tegangan normal, dan kemudian menggunakan tegangan sisa  $\tau_h$  sebagai kriteria kegagalan. Dukungan lain menyatakan bahwa meskipun *yielding* ditimbulkan oleh tegangan geser,  $\tau_{maks}$  terjadi pada dua bidang pada material, dimana  $\tau_h$  tidak pernah terlalu kecil dan terjadi pada empat bidang. Meski demikian,  $\tau_h$  memiliki kesempatan yang lebih besar pada basis statistik untuk menemukan bidang kristal yang memungkinkan terjadinya slip.

#### 1. Pengembangan kriteria tegangan geser oktahedral

Tegangan geser pada bidang oktahedral adalah :

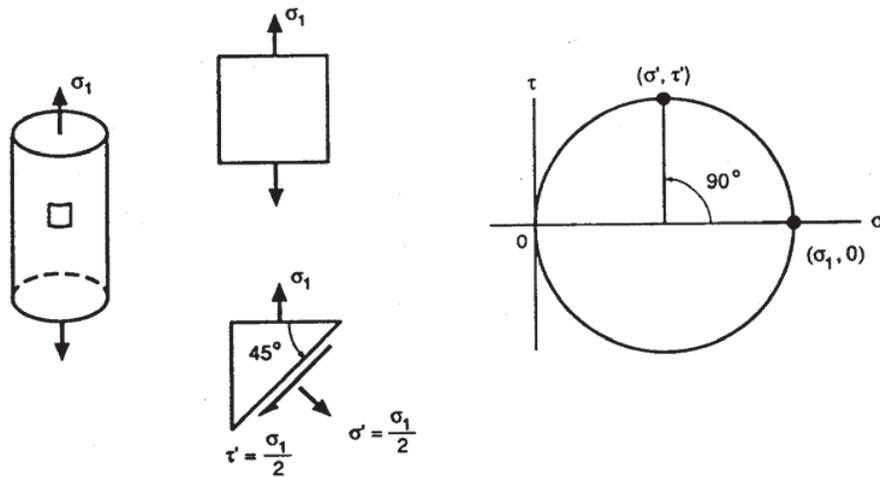
$$\tau_h = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.60)$$

Sehingga kriteria kegagalan menjadi :

$$\tau_{ho} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (\text{saat } yielding) \quad (2.61)$$

Harga kritis dihubungkan dengan *yield strength* dari uji tarik. Substitusi dari tegangan uniaksial  $\sigma_1 = \sigma_o$  kedalam kriteria geser oktahedral memberikan :

$$\tau_{ho} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_o \quad (2.62)$$



Gambar 2.14 Bidang oktahedral dalam uji tarik uniaksial [3]

Bidang dimana tegangan uniaksial terjadi berhubungan dengan bidang oktahedral dengan rotasi sudut sebesar  $\alpha$ , yakni :

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54.7^\circ \quad (2.63)$$

Dari longkaran Mohr diperoleh ;

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_1}{3} \quad (2.64)$$

Demikian juga harga  $\alpha$  dan  $\tau_{ho}$  seperti pada Gambar 2.14.

Dari kombinasi Pers (2.62 dan 2.63) diperoleh :

$$\sigma_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (\text{saat yielding}) \quad (2.65)$$

Karena tegangan efektifnya sama kekuatan uniaksial  $\sigma_o$  pada titik *yielding*, maka:

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.66)$$

dimana inisial H menyatakan tegangan efektif berdasarkan kriteria tegangan geser oktahedral. Tegangan efektif ini juga dapat diperoleh secara langsung dari berbagai *state of stress*, tanpa terlebih dahulu menentukan tegangan utamanya.

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.67)$$

## 2. Representasi Grafis dari Kriteria Tegangan Geser Oktahedral

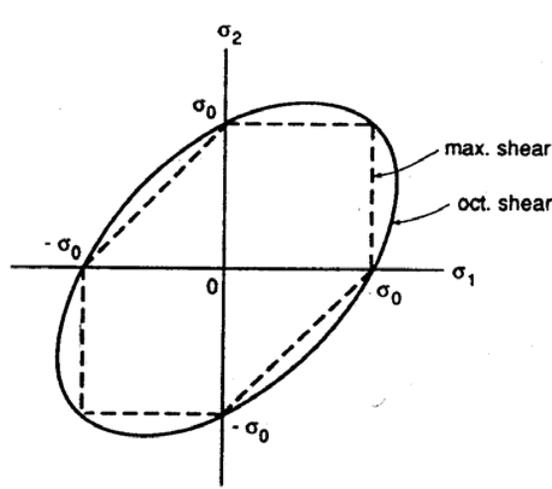
Untuk plane stress, misalnya  $\sigma_3 = 0$ , kriteria tegangan geser oktahedral dapat digambarkan berupa plot antara  $\sigma_1$  dan  $\sigma_2$  seperti pada Gambar 2.15. Bentuknya yang elips ditentukan dengan substitusi  $\sigma_3 = 0$  pada kriteria kegagalan seperti pada Pers (2.65).

$$\sigma_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2} \quad (2.68)$$

Dengan manipulasi, akhirnya diperoleh persamaan :

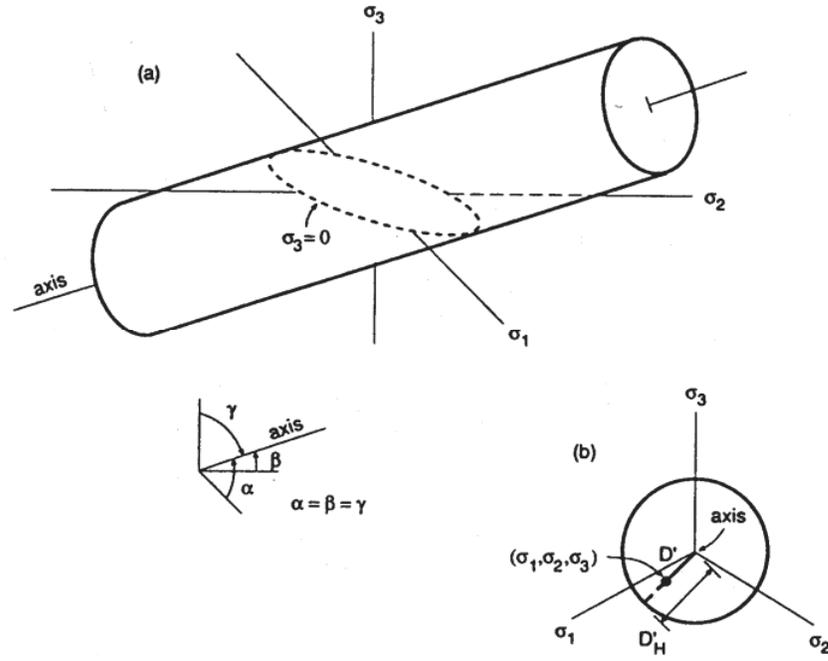
$$\sigma_o^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \quad (2.69)$$

yang merupakan persamaan dari suatu elips dengan sumbu utamanya sepanjang garis  $\sigma_1 = \sigma_2$  yang memotong sumbu pada titik  $\pm \sigma_o$ . Pada Gambar 2.15 dapat dilihat kalau bentuk hexagon berubah dari kriteria geser maksimum berada didalam bentuk elips tersebut.



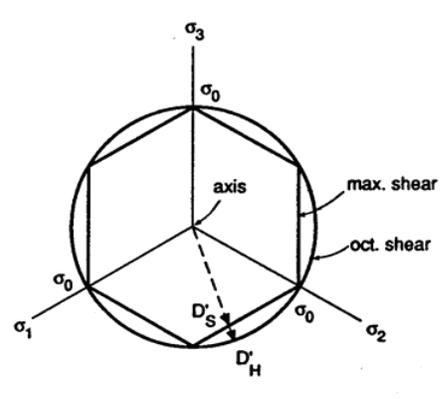
Gambar 2.15 Wilayah kegagalan untuk kriteria tegangan geser oktahedral, dibandingkan dengan kriteria geser maksimum [3]

Pada kasus umum, dimana seluruh tegangan utamanya tidak sama dengan nol, batasan wilayah tidak ada yielding yang diberikan oleh Pers (2.65) menggambarkan suatu permukaan bulat silindris dengan sumbunya sepanjang  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , seperti pada Gambar 2.16.



Gambar 2.16 Perbandingan antara permukaan yield untuk geser maksimum dan kriteria tegangan geser oktahedral [3]

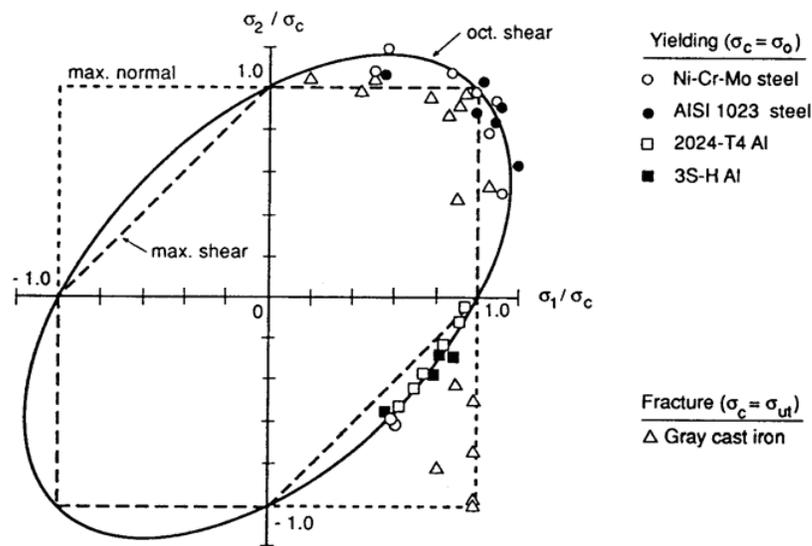
Pandangan sepanjang sumbu silinder, berbentuk lingkaran sederhana. Jika salah satu dari tegangan utama ini bernilai nol, maka perpotongan permukaan silindris dengan dua tegangan utama yang tersisa membentuk elips seperti pada Gambar 2.16. Bentuk permukaan tube hexagonal dari kriteria geser maksimum nyatanya berada didalam permukaan silindris dari kriteria geser oktahedral. Pandangan sepanjang sumbu memberikan perbandingan seperti pada Gambar 2.17.



Gambar 2.17 Perbandingan permukaan yield untuk geser maksimum dan kriteria tegangan geser oktahedral [3]

### 2.5.5 Perbandingan Kriteria Kegagalan

Kriteria tegangan geser maksimum dan tegangan geser oktahedral luas digunakan untuk memperkirakan *yielding* pada material daktil, khususnya metal. Sedangkan permukaan *yield tube*-heksagonal dari kriteria geser maksimum digambarkan berada didalam permukaan silinder bulat dari kriteria geser oktahedral. Oleh karena itu, kedua kriteria ini tidak pernah memberikan perbedaan perkiraan yang dramatis terhadap sifat *yield* karena tegangan kombinasi. Apabila tidak ada *state of stress*, maka perbedaannya kira-kira 15%. Seperti yang dapat dilihat pada Gambar 2.18. Walau bagaimanapun, dalam beberapa kondisi kriteria *yield* geser maksimum dan geser oktahedral memberikan prediksi yang sangat berbeda jika dibandingkan dengan kriteria tegangan normal maksimum.



Gambar 2.18 Kegagalan plane stress untuk ketiga kriteria. Ini dibandingkan dengan data yield biaksial untuk baja daktil dan paduan aluminium, dan juga dengan data fracture biaksial untuk besi cor kelabu [3]

Pada Gambar 2.18 digambarkan beberapa data dari percobaan yang diperoleh dalam hal ini *yielding* pada metal daktil serta *fracture* pada besi cor yang getas. Data besi cor mengikuti kriteria *normal stress*, sedangkan data *yield* mengikuti kedua kriteria *yield*, yang mana lebih disetujui kalau kriteria geser oktahedral lebih baik karena prediksinya lebih mendekati hasil percobaan.